Moderne Darstellung der platonischen Logik
Ein Beitrag zur Erklärung des Dialoges «Sophistes»

Von *Karl Dürr*

Verzeichnis der Abkürzungen und der zitierten Werke

AP	=	Platonische Aufsätze von Otto Apelt. 1912.
BP	=	Platonische Studien von H. Bonitz. Dritte Auflage. 1886.
CA	=	Abriß der Logistik von Rudolf Carnap. 1929.
CS	=	The Sophistes and Politicus of Plato, with a revised text and English notes, by Lewis Campbell. 1867.
DS	=	Platon. Œuvres complètes. Le Sophiste. Texte établi et traduit par Auguste Diès. 1925.
HBG	=	Grundlagen der Mathematik von D. Hilbert und P. Bernays. Erster Band. 1934.
HP	=	Platons Logik des Seins von Nicolai Hartmann. 1909.
ME	=	B. Russell und A. N. Whitehead. Einführung in die mathematische Logik. Ins Deutsche übertragen von Hans Mokre. 1932.
NP	=	Platos Ideenlehre. Eine Einführung in den Idealismus von Paul Natorp. 1903.
PM	=	Principia Mathematica by A. N. Whitehead and B. Russell. First Edition 1910. Second Edition 1925.
RK	=	Our Knowledge of the external World by Bertrand Russell. First published in 1914. Revised and reset 1926.
SG	=	Die genetische Entwicklung der platonischen Philosophie einleitend dargestellt von Franz Susemihl. Erster Teil. 1855.
SchP	=	Platons Werke von F. Schleiermacher. Zweite verbesserte Auflage. 1817–1824.

Einleitung

§ 1. Der platonische Dialog «Sophistes» erscheint uns heute in manchen seiner Teile merkwürdig spröde, während andere Stellen des Werkes durch eine Fülle von Sätzen, die zu tieferer Forschung anregen, ausgezeichnet sind.

§ 2. Friedrich Schleiermacher war wohl der erste, der darauf aufmerksam machte, daß innerhalb des Dialoges zwei wesentlich verschiedene Teile, ein äußerer und ein innerer, zu unterscheiden sind (vgl. SchP Bd. II, 2, S. 131 ff.). An dieser Grundauffassung ist späterhin von denen, welche eine Analyse des Dialoges gegeben haben, stets festgehalten worden; und gerne bezeichnete man von nun an den äußeren Teil als die Schale, den inneren als den Kern des Ganzen. Doch kommt in dieser Bezeichnungsweise eine Wertung zum Ausdruck, die Schleiermacher selbst nicht gebilligt hätte; denn er hebt ausdrücklich hervor, daß in dem Dialog nichts ist, was als bloße Schale wegzuwerfen wäre (ibid. S. 134, Z. 20–21).

§ 3. Wir schließen uns der Ausdrucksweise Schleiermachers an, d. h. wir sprechen von einem äußeren und einem inneren Teil des Dialoges. Dabei bestimmen wir den inneren Teil als dasjenige Textstück, welches von p. 236d bis p. 264b reicht und dem somit die Kapitel 24 bis und mit 47 angehören. Es ist dieses Textstück identisch mit demjenigen, welches Lewis Campbell in der Einleitung seiner Ausgabe des

«Sophistes» als den bedeutsamsten Teil des Ganzen bezeichnet (vgl. CS S. XLVII, Z. 32). Es deckt sich dieses Textstück auch fast vollständig mit demjenigen Teil, den Hermann Bonitz die zweite Hauptmasse des Dialoges nennt (vgl. BP S. 184, Z. 30); nur scheint er das Kapitel 24, welches den ersten Hinweis auf «den Satz des Parmenides» enthält, und das wir darum zum inneren Teil zählen möchten, mit den vorangehenden Kapiteln zusammenzufassen und damit von der zweiten Hauptmasse auszuschließen (vgl. ibid. S. 157, Z. 5, und S. 158, Z. 5).

Es sei bemerkt, daß jene Stellen des Dialoges, auf die wir in § 1 hingewiesen haben, und um deren Deutung wir uns im folgenden bemühen werden, dem inneren Teil angehören.

§ 4. Eine Analyse des gedanklichen Inhaltes unseres Dialoges ist in neuerer Zeit mehrfach gegeben worden; es seien hier insbesondere erwähnt:

1. die Darstellung von Hermann Bonitz (BP S. 152–209);
2. die Vorbemerkung zum «Sophistes» in der modernen französischen Ausgabe der Werke Platons (DS S. 267–297).

Die Gliederung des Dialoges wird in den beiden Darstellungen im wesentlichen in analoger Weise angegeben. Wir schließen uns zum Zwecke einer ersten Orientierung über den Inhalt des Dialoges an diese Darstellungen an.

§ 5. Der *äußere Teil* hat den Zweck, eine Definition des Begriffes «Sophist» aufzustellen. Es werden zunächst sechs verschiedene Definitionen dieses Begriffes gegeben, und es werden diese Definitionen übersichtlich zusammengestellt (siehe insbesondere c. 19, p. 231 d/e). Sodann wird im Endstück des Dialoges (c. 48–52, p. 264 c bis 268d) die Definition aufgestellt, welche sich den vorangehenden gegenüber als die endgültige auszeichnen läßt.

Der *innere Teil* läßt sich in fünf Abschnitte gliedern. Wir geben die Abschnitte hier an, indem wir zugleich ihren gedanklichen Gehalt mit Hilfe eines Stichwortes kennzeichnen. Wir bilden die Stichworte, indem wir uns die Andeutungen und Kennzeichnungen zunutze machen, welche in den zuvor genannten Darstellungen zu finden sind.

1. Der Irrtum und die Schwierigkeiten, die mit dem Begriffe des Nichtseienden verknüpft sind (c. 24–29, p. 236d–242b).
2. Die Schwierigkeiten, die in den Lehren über das Seiende enthalten sind (c. 30–36, p. 242c–250e).
3. Die Aufgabe der Dialektik (c. 36–39, p. 251a–254b).
4. Untersuchung der fünf Begriffe «Seiendes», «Ruhe», «Bewegung», «Dasselbe» und «Verschiedenes» (c. 40–44, p. 254c–259d).
5. Die Möglichkeit des Falschen (c. 44–47, p. 260a–264b).

§ 6. Es ist unzweifelhaft, daß für den Verfasser des Dialoges ein sachlicher Zusammenhang zwischen dem inneren und dem äußeren Teil besteht. Bedeutsam ist hier eine Stelle, die dem Endstück des Dialoges angehört. An dieser Stelle deutet der Fremde aus Elea, welcher die Hauptfigur des Dialoges ist, an, daß man zuvor in dem Bestreben, eine Definition des Begriffes «Sophist» zu bilden, auf eine

Schwierigkeit gestoßen sei. Diese Schwierigkeit habe in Folgendem bestanden. Man sei übereingekommen, daß die Kunst des Sophisten zu denjenigen Künsten gehöre, die Bilder, nämlich entweder Ebenbilder oder Trugbilder, schaffen. Aber diese Auffassung sei unvereinbar gewesen mit einem Satz, der kaum abzulehnen war; das sei der Satz gewesen, der besagte, daß es nichts Derartiges gebe, nämlich keine Bilder, weder Ebenbilder noch Trugbilder, weil es nichts Falsches gebe. Diese Schwierigkeit sei nun behoben, weil sich inzwischen gezeigt habe, daß es Falsches gebe (vgl. l. c. c. 48, p. 264 c/d).

Nun läßt sich sagen, daß in der Tat in den Untersuchungen, die wir dem inneren Teil des Dialoges zurechnen, gezeigt wird, daß es Falsches gibt. Für den Verfasser des Dialoges besteht also der Zusammenhang zwischen den beiden Teilen darin, daß ein Ergebnis der Untersuchungen des inneren Teiles bei den Erörterungen, die dem äußeren Teil angehören, nutzbar gemacht wird.

§ 7. Wir bemerken nun, daß zwar der sachliche Zusammenhang zwischen den beiden Teilen, der von dem Verfasser des Dialoges an der erwähnten Stelle ins Licht gerückt wird, in der Tat besteht, daß er aber für die Struktur des Ganzen nicht von so weitreichender Bedeutung ist, wie es zunächst den Anschein hat.

Bonitz scheint uns die Sachlage richtig erkannt zu haben, da er bemerkt, man sehe sich zu der Anerkennung gezwungen, «daß der mittlere Teil nicht bloß die Bedeutung des unentbehrlichen Mittels zu beanspruchen hat, sondern daß ihm seine selbständige, vielleicht die hauptsächlichste Bedeutung zuzuschreiben ist» (BP S. 190, Z. 16–19). Bonitz begründet diese Auffassung, indem er darauf hinweist, daß von den fünf Abschnitten des inneren Teiles nur die drei letzten dem Problem der Möglichkeit des Falschen gewidmet sind, während die beiden ersten zur Lösung der Aufgabe, die damit angedeutet ist, nichts beitragen (BP S. 190, Z. 22–29).

Wir glauben, daß es im Interesse wissenschaftlicher Klarheit geboten ist, auf dem Wege, den uns Bonitz gewiesen hat, noch ein Stück weiter zu gehen, als er selbst gegangen ist.

Nur von dem letzten der fünf Abschnitte des inneren Teiles gilt unbedingt, daß er dem Beweis der Möglichkeit des Falschen dient und darum mit dem äußeren Teil in einem sachlichen Zusammenhang steht. Hinsichtlich der anderen Abschnitte läßt sich die Frage, ob und inwieweit sie mit dem äußeren Teil in Zusammenhang zu bringen sind, nicht so einfach entscheiden; das zwingt uns, hier etwas weiter auszuholen.

Bei den Überlegungen, die nun durchzuführen sind, spielt ein Satz eine Rolle, den wir hier kurz den Satz des Parmenides nennen wollen.

Die Quelle dieses Satzes ist ein Fragment, das dem bekannten Lehrgedicht des Parmenides angehört, und das an zwei Stellen unseres Dialoges wortgetreu angeführt ist (l. c. c. 24, p. 237 a und c. 43, p. 258 d). Wir kennzeichnen diesen Satz, indem wir erklären, er besage, daß das Nichtseiende nicht ist. Wenn wir diesen Satz den Satz des Parmenides nennen, so entspricht das durchaus der Intention des Verfassers unseres Dialoges. Denn er läßt die Hauptfigur des Dialoges folgende Worte sprechen: «Wir werden uns zu unserer Verteidigung genötigt sehen, den Satz des Vaters Parmenides einer Prüfung zu unterwerfen»; und dabei hat er eben jenen Satz im Auge, der besagt, daß das Nichtseiende nicht ist (l.c.c.29, p.241d).

Betrachtet man den Dialog von einem literarischen Gesichtspunkt aus, so kann man wohl mit einem gewissen Rechte sagen, daß die ersten vier Abschnitte des inneren Teils der Widerlegung des Satzes des Parmenides dienen. Denn einerseits läßt sich feststellen, daß gleich zu Anfang des ersten dieser Abschnitte auf den Satz des Parmenides hingewiesen wird (vgl. l.c.c.24, p.237a) und daß am Ende desselben Abschnittes angedeutet wird, daß eine Prüfung dieses Satzes notwendig ist (ibid. c.29, p.241d); und anderseits läßt sich zeigen, daß gegen Ende des vierten Abschnittes darauf aufmerksam gemacht wird, daß jetzt der Satz des Parmenides als widerlegt gelten darf, weil bewiesen ist, daß das Nichtseiende ist (ibid. c.43, p. 258d). Der ganze Komplex erscheint hier deshalb literarisch als eine Einheit, weil zu Anfang angedeutet wird, daß der Satz des Parmenides widerlegt werden soll, und weil am Ende festgestellt wird, daß diese Aufgabe nun gelöst ist. Unter diesem Gesichtspunkt wird es auch möglich, den Komplex der vier Abschnitte mit dem äußeren Teil des Dialoges in einen sachlichen Zusammenhang zu bringen. Es wird nämlich in unserem Dialog folgender Satz als unanfechtbar betrachtet: «Falsches kann es nicht geben, wenn nicht das Nichtseiende ist» (1) (vgl. l.c.c.24, p. 237a). Satz (1) ist gleichbedeutend mit dem Satz: «Wenn der Satz des Parmenides gilt, so gibt es nichts Falsches» (2).

Der sachliche Zusammenhang, welcher zwischen dem Komplex der ersten vier Abschnitte des inneren Teils und dem äußeren Teil bestehen soll, läßt sich nun angeben, indem man sagt: Die Widerlegung des Satzes des Parmenides, welcher jener Komplex gewidmet ist, ist für die Untersuchungen des äußeren Teiles deshalb von Wert, weil dadurch ein Einwand abgewehrt wird, der gegen die Ergebnisse dieser Untersuchungen erhoben werden könnte.

Obschon diese Auffassung, wie wir schon bemerkten, vom literarischen Gesichtspunkt aus nicht unberechtigt erscheint, so ist sie doch nicht geeignet, einer exakten Analyse, wie sie hier durchgeführt werden soll, zur Grundlage zu dienen. Das hat seinen Grund in folgenden Tatsachen.

1. Die beiden gleichbedeutenden Sätze (1) und (2) sind keineswegs evident; es geht darum nicht an, sich auf diese Sätze zu berufen, wenn gezeigt werden soll, daß ein sachlicher Zusammenhang zwischen dem Komplex der vier ersten Abschnitte des inneren Teils und dem äußeren Teil besteht.

2. Der Komplex der vier Abschnitte ist nicht von solcher Struktur, daß man sagen könnte, hier diene alles der Widerlegung des Satzes des Parmenides.

Daß die beiden ersten Abschnitte, welche von den Aporien des Nichtseienden und des Seienden handeln, ihren eigentlichen Zweck nicht in der Widerlegung des Satzes des Parmenides haben, das hat, wie wir zu Anfang dieses Paragraphen angedeutet haben, schon Bonitz erkannt. Wir gehen nun einen Schritt weiter, indem wir zunächst bemerken, daß dasselbe von dem dritten Abschnitt, welcher von der Aufgabe der Dialektik handelt, gilt. Wir halten es sogar für zweckmäßig, noch innerhalb des vierten Abschnittes eine Unterscheidung zu machen. Das Anfangsstück dieses Abschnittes, insbesondere das Kapitel 40 (p. 254b–255e), bringt eine Theorie zur Darstellung, die das wissenschaftliche Interesse von jeher mehr als alle anderen Teile des Dialoges auf sich gezogen hat, und auf die in unserer Kennzeichnung des ganzen Abschnittes andeutungsweise hingewiesen ist. Diese Theorie ist streng genommen kaum als ein Teil der Widerlegung des Satzes des Parmenides anzusehen, und es ist sicherlich zweckmäßig, sie losgelöst von einem derartigen Zusammenhang zu betrachten. Nur das Endstück des vierten Abschnittes (p. 257b bis 260d) stellt die Widerlegung des Satzes des Parmenides dar.

§ 8. Von da aus wird es möglich zu zeigen, daß dem Verfahren, das wir im folgenden bei der Interpretation üben werden, ein wissenschaftlich berechtigtes Prinzip zugrunde liegt. Wir werden einzelne Textstücke oder Komplexe von Textstellen, die dem inneren Teil unseres Dialoges angehören, herausgreifen und bei der Interpretation nicht mehr berücksichtigen, daß sie Teile eines umfassenderen Ganzen sind. Das scheint uns deshalb berechtigt, weil der umfassendere Zusammenhang, dem man die einzelnen Stücke eingliedern kann, nur unter literarischen und künstlerischen Gesichtspunkten bedeutsam erscheint und für den wissenschaftlichen Gehalt der Theorien bedeutungslos ist.

§ 9. Schließlich müssen wir noch auf einen Umstand hinweisen, der für die Analyse, die wir geben werden, wesentlich ist und den Charakter unserer Interpretation bestimmt.

Wir werden bei dieser Analyse weitgehend Gebrauch machen von der modernen Logik oder Logistik. Das gilt in doppelter Hinsicht:

1. Wir werden eine große Zahl von Sätzen, die Bestandteile der platonischen Logik sind, in der Sprache der Logistik darstellen.

2. Wir werden da, wo wir die platonischen Beweise von Sätzen, die sich in logistischer Sprache darstellen lassen, rekonstruieren, diese Beweise auf eine solche Form bringen, daß sie vom logistischen Standpunkt aus als korrekt gelten dürfen.

Um ein solches Unternehmen durchführbar zu machen, mußten wir uns an ein schon bestehendes System der Logistik anschließen. Da schien es uns zweckmäßig, als Grundlage dasjenige System zu wählen, das den ersten Teil des bekannten Werkes von Whitehead und Russell bildet. Es bot sich uns so auch die Möglichkeit, uns auf den Abriß der Logistik von Rudolf Carnap zu stützen, da diese Darstellung, wie der Verfasser im Vorwort selbst bemerkt, auf dem zuvor genannten Standardwerk beruht.

Nur einmal, in § 24, haben wir uns erlaubt, auf ein weiteres Werk, das zugleich logistischen und mathematischen Charakters ist, hinzuweisen; es sind dies die Grundlagen der Mathematik von D. Hilbert und P. Bernays.

Wir konnten nicht daran denken, innerhalb der vorliegenden Abhandlung die Prinzipien der Sprache, in der wir in §§ 10–21 die platonische Theorie darstellen, systematisch zu entwickeln; und wir berufen uns darum darauf, daß in den beiden genannten Werken der Logistik alles zu finden ist, was zum Verständnis der exakten Sprache, die wir gebrauchen, notwendig ist.

Wir haben nun noch anzugeben, an welchen Stellen der genannten Werke die Prinzipien, auf die wir uns stützen werden, zu finden sind.

Es kommt uns der Umstand sehr zustatten, daß die Einleitungen zur ersten und zur zweiten Ausgabe der Principia Mathematica auch in deutscher Übersetzung veröffentlicht worden sind, so daß wir uns zugleich auf das Original und die Übersetzung berufen können. Die Übersetzung trägt den Titel «Einführung in die mathematische Logik»(vgl. oben das Verzeichnis der zitierten Werke).

Von vorzüglicher Wichtigkeit sind für uns:

1. das erste Kapitel der Einleitung der ersten Ausgabe der Principia Mathematica (PM Bd. I, S. 4–36; ME S. 11–54);
2. der Anfang des ersten Abschnittes der Einleitung zur zweiten Ausgabe der Principia Mathematica (PM Bd. I, S. XV, Z. 8–21; ME S. 126, Z. 6–23);
3. die acht ersten Abschnitte des Kapitels «Die Hierarchie der Typen» in Carnaps Abriß der Logistik (CA S. 30, Z. 23 bis S. 32, Z. 13).

1. Teil: Die abstrakte Theorie

§ 10. *Die Grundbeziehung.*

Wir machen die Feststellung, daß im Text Formen des Verbums «μετέχειν» (teilhaben) Verwendung finden (l. c. p. 251 e und p. 256 a), und heben hervor, daß darin ein wesentliches Element der Theorie zu sehen ist.

Wir bemerken, daß an der Stelle, die wir ins Auge fassen, die beiden Verben «μεταλαμβάνειν» (teilnehmen) (l. c. p. 251 d) und «ἐπικοινωνεῖν» (gemein haben) (l. c. p. 251 d) in derselben Bedeutung wie das zuvor genannte Verbum verwendet werden.

Wir präzisieren unsere Feststellung, indem wir erklären: Es findet ein Ausdruck Verwendung, der zu übersetzen ist durch den Ausdruck:

$$\text{x hat teil an y} \tag{1}$$

Sodann führen wir einen Ausdruck ein, der als die Übersetzung des Ausdruckes (1) in die Sprache der Logistik anzusehen ist; dies ist der Ausdruck

$$R(x, y) \tag{2}$$

(vgl. PM Bd. I, S. XV, Z. 18; ME S. 126, Z. 17).

Durch den Ausdruck (2) wird eine Beziehung bestimmt (vgl. PM Bd. I, S. 26, Z. 17; ME S. 41, Z. 15–16).

Von der Beziehung, welche durch den Ausdruck (2) bestimmt wird, steht nur das eine fest, daß sie zu den zweigliedrigen Beziehungen gehört (vgl. PM Bd. I, S. 26, Z. 1–2; ME S. 40, Z. 32–33; CA S. 25, Z. 17). Es ist ein Vorzug der logistischen Darstellungsweise, daß deutlich hervortritt, inwieweit dasjenige, wovon man spricht, bestimmt ist.

Weil die Beziehung, welche durch den Ausdruck (2) bestimmt wird, nicht mit Hilfe anderer Beziehungen definiert wird, können wir sie eine Grundbeziehung nennen; und weil wir keine anderen Grundbeziehungen einführen werden, nennen wir sie die Grundbeziehung.

§ 11. *Abgeleitete Beziehungen.*

Wir machen die Feststellung, daß im Text die Ausdrücke «*μεικτόν*» (vereinbar) (l.c.p.254d) und «*ἄμεικτον*» (unvereinbar) (l.c.p.251d und p.254d) Verwendung finden.

Wir führen wiederum einen ersten Schritt der Präzisierung aus, indem wir den Ausdrücken, auf welche wir hinweisen, folgende Form geben:

$$\text{x ist vereinbar mit y} \qquad (1)$$

$$\text{x ist unvereinbar mit y} \qquad (2)$$

Die Ausdrücke (1) und (2) bestimmen je eine zweigliedrige Beziehung.

Der sprachliche Ausdruck läßt erkennen, daß die zweite Beziehung als die Negation der ersten Beziehung zu betrachten ist (vgl. PM Bd. I, S. 29, Z. 6; ME S. 44, Z. 36). Es steht also von vornherein fest, daß die zweite Beziehung hier nicht als Grundbeziehung einzuführen ist. Wir betrachten aber auch die erste Beziehung nicht als Grundbeziehung, sondern führen sie auf die Grundbeziehung zurück.

Wir übersetzen die Ausdrücke (1) und (2) in die Sprache der Logistik, indem wir zunächst für (1) setzen:

$$S(x,y) \qquad (3);$$

es ergibt sich dann sofort, daß wir für (2) zu setzen haben

$$\sim S(x,y) \qquad (4).$$

Um angeben zu können, in welcher Weise die neuen Beziehungen auf die Grundbeziehung zurückzuführen sind, müssen wir von dem Begriff der Umkehrung einer Beziehung Gebrauch machen.

Dieser Begriff ist exakt bestimmt durch die Definitionen 31.01 und 31.02 der Principia Mathematica (PM Bd. I, S. 239) und durch die Definitionen 15.01 in Carnaps Abriß der Logistik (CA S. 36).

Wir betrachten die durch (3) bestimmte Beziehung als die Umkehrung der Grundbeziehung; dann ergibt sich, daß die durch (4) bestimmte Beziehung die Negation der Umkehrung der Grundbeziehung ist. Diese Bemerkungen lassen erkennen, daß in der Tat die beiden neuen Beziehungen in exakter Weise auf die Grundbeziehung zurückzuführen sind.

Wir fixieren unsere Erklärungen in folgenden Definitionen:

$$11.01 \quad S(x,y) \cdot = \cdot R(y,x) \quad \text{Df}$$

$$11.011 \quad \sim S(x,y) \cdot = \cdot \sim R(y,x) \quad \text{Df}$$

Daraus läßt sich entnehmen:

«x ist vereinbar mit y» bedeutet: y hat teil an x (5)

und

«x ist unvereinbar mit y» bedeutet: y hat nicht teil an x (6)

Wir wollen nun zeigen, daß sich diese Deutung bei der Erklärung einer Stelle unseres Dialoges bewährt.

Es wird in dem Dialog der Satz aufgestellt, daß das Seiende mit «beidem», d. h. mit Ruhe und mit Bewegung vereinbar ist, und es wird zur Begründung dafür darauf hingewiesen, daß beide sind (l. c. p. 254 d).

Wir erklären, daß der Satz «Ruhe und Bewegung sind» nichts anderes besagt als der Satz «Ruhe und Bewegung haben am Seienden teil». Um die Richtigkeit dieser Deutung zu erweisen, berufen wir uns darauf, daß an einer Stelle unseres Dialoges gesagt wird: «die Bewegung ist, weil sie am Seienden teilhat» (l. c. p. 256 a).

Berücksichtigen wir nun unsere Definition (5), so ergibt sich, daß, wenn Ruhe und Bewegung am Seienden teilhaben, dann das Seiende mit Ruhe und Bewegung vereinbar ist. Es zeigt sich also, daß jene Begründung, die in dem Dialog dargestellt ist, auf Grund unserer Deutungen verständlich wird, und im Hinblick darauf dürfen wir wohl sagen, daß sich unsere Deutung bewährt.

Neben den Ausdrücken «μεικτόν» und «ἄμεικτον», deren Bedeutung wir durch die Definitionen 11.01 und 11.011 fixiert haben, finden im Text auch Ausdrücke Verwendung, die mit Hilfe des Infinitivs «συμμείγνυσθαι» (sich vereinigen) (l. c. p. 252 e) gebildet werden. Es wird hier die Tatsache von Bedeutung, daß dieser Infinitiv mit den zuvor genannten Ausdrücken stammverwandt ist.

Es empfiehlt sich, auch hier zuerst den Ausdrücken, deren Bedeutung zu bestimmen ist, eine exakte Form zu geben. Wir führen dies durch, indem wir folgende Ausdrücke bilden:

x und y lassen sich vereinigen (7)

x und y lassen sich nicht vereinigen (8)

(vgl. l. c. p. 252 e).

Offenbar steht der Ausdruck (7) bzw. (8) dem Ausdruck (1) bzw. (2) der Bedeutung nach nahe; doch lassen sich die einander entsprechenden Ausdrücke vom Standpunkt der exakten Logik aus betrachtet der Bedeutung nach nicht identifizieren.

Daß sie nicht identisch sind, zeigt folgende Überlegung.

Für die Bedeutung der Ausdrücke (7) und (8) ist der Unterschied der beiden durch «x» und «y» angedeuteten Argumentstellen unwesentlich; dagegen gilt dies nicht für die Bedeutung der Ausdrücke (1) und (2).

Um den Bedeutungsunterschied, der zwischen den sinnverwandten Ausdrücken besteht, angeben zu können, muß es uns möglich sein, von dem Begriff der symmetrischen Beziehung Gebrauch zu machen. Wir verweisen darum hier auf die Definition dieses Begriffes, der in Carnaps Abriß der Logistik zu finden ist (siehe CA S. 36, Definition 15.02).

Ist ein Ausdruck gegeben, der eine Beziehung bestimmt, und ist für die Bedeutung dieses Ausdruckes der Unterschied der beiden Argumentstellen unwesentlich, so ist die durch den Ausdruck bestimmte Beziehung symmetrisch. Es läßt sich also im Hinblick auf die Form der Ausdrücke (7) und (8) feststellen, daß die durch sie bestimmten Beziehungen symmetrisch sind. In diesem Punkte unterscheiden sich die Ausdrücke (1) und (2) von den Ausdrücken (7) und (8); denn die Form der Ausdrücke (1) und (2) macht es nicht notwendig, anzunehmen, daß damit symmetrische Beziehungen gegeben sind.

Doch ist es sehr wohl möglich, mit Hilfe des Ausdruckes (2) in § 10 Ausdrücke zu bilden, welche als Übersetzungen der Ausdrücke (7) und (8) in die logistische Sprache gelten können. Schwierigkeiten macht uns hier höchstens die Tatsache, daß in jedem Fall mehrere Möglichkeiten bestehen. Diese Schwierigkeit hat ihren Grund wohl darin, daß die Ausdrücke (7) und (8) eigentlich vieldeutig sind und die logistische Sprache nur eindeutige Ausdrücke zu bilden vermag.

Ausdrücke, welche als eine Übersetzung der Ausdrücke (7) und (8) in die logistische Sprache gelten sollen, müssen die Eigentümlichkeit haben, daß aus ihrer Form auf die Symmetrie der durch sie bestimmten Beziehungen zu schließen ist. Damit sind aber diese Übersetzungen nicht eindeutig bestimmt, weil sich aus der Grundbeziehung in mannigfacher Weise symmetrische Beziehungen ableiten lassen.

Wir heben hier für (7) und (8) je zwei Möglichkeiten einer Übersetzung in die logistische Sprache hervor, indem wir folgende Definitionen aufstellen:

$$11.02 \quad T(x,y) \cdot = \cdot R(x,y) \vee R(y,x) \;\; Df$$

$$11.021 \quad \sim T(x,y) \cdot = \cdot \sim R(x,y) \cdot \sim R(y,x) \;\; Df$$

$$11.03 \quad U(x,y) \cdot = \cdot R(x,y) \cdot R(y,x) \;\; Df$$

$$11.031 \quad \sim U(x,y) \cdot =: \sim R(x,y) \cdot \sim R(y,x) \;\; Df$$

Wir stellen im Hinblick auf die Definitionen 11.02, 11.021, 11.03 und 11.031 Folgendes fest: Die Form der Ausdrücke, welche die rechte Seite der Definitionsgleichungen bilden, läßt in allen vier Fällen erkennen, daß die dadurch bestimmten Beziehungen symmetrisch sind; und zwar hat dies seinen Grund darin, daß sowohl für die disjunktive als für die konjunktive Verknüpfung das kommutative Gesetz gilt (vgl. PM Bd. I, S. 116, Z. 22–25).

Legt man die beiden ersten Definitionen zugrunde, so läßt sich sagen:

«x und y lassen sich vereinigen» bedeutet: entweder hat x teil an y oder y hat teil an x (9),

und

«x und y lassen sich nicht vereinigen» bedeutet: x hat nicht teil an y und y hat nicht teil an x (10).

Legt man dagegen die beiden letzten Definitionen zugrunde, so ist zu sagen:

«x und y lassen sich vereinigen» bedeutet: x hat teil an y und y hat teil an x (11),

und

«x und y lassen sich nicht vereinigen» bedeutet: entweder hat x nicht teil an y oder y hat nicht teil an x (12).

Hier ist der Ort, folgende Feststellungen zu machen. Schleiermacher, Bonitz und die anderen Kommentatoren des Dialoges «Sophistes» gebrauchen zur Darstellung der platonischen Theorie den Ausdruck «Gemeinschaft der Begriffe» und andere gleichbedeutende Ausdrücke (siehe SchP Bd. II, 2, S. 136, Z. 26; BP S. 170, Z. 12). Der Ausdruck «Gemeinschaft der Begriffe» deckt sich im wesentlichen der Bedeutung nach mit dem Ausdruck (7). Dieser Ausdruck ist nun aber mehrdeutig, da er ebensowohl durch die Definition (9) als durch die Definition (11) erklärt werden kann; und diese Vieldeutigkeit scheint den Kommentatoren nicht zum Bewußtsein gekommen zu sein. Auch ist ihnen, soweit wir zu sehen vermögen, entgangen, daß die beiden Ausdrücke (1) und (7) zwar sinnverwandt, aber nicht gleichbedeutend sind. Wir sagen das nicht, um die Forscher, die sich um die Erklärung des Dialoges «Sophistes» bemühten, herabzusetzen; wir möchten nur zeigen, daß uns die exakte Sprache der modernen Logik ein Mittel in die Hand gibt, um Tatsachen aufzudecken, die bis dahin unbeachtet geblieben sind.

§ 12. *Beweis eines abstrakten Satzes.*

Es wird in dem Dialog ein Satz abstrakter Art aufgestellt, und es wird gezeigt, wie der Beweis dieses Satzes zu führen ist (l. c. p. 251 c–252 e).

Wir unterscheiden drei Formen des abstrakten Satzes; streng genommen sind dies drei Sätze, die sinnverwandt und von analoger Struktur sind. Sie stellen sich in folgender Weise dar:

12.1 $\vdash :(\exists x,y)\cdot S(x,y):(\exists x,y)\cdot \sim S(x,y)$[1])

12.11 $\vdash :(\exists x,y)\cdot T(x,y):(\exists x,y)\cdot \sim T(x,y)$

12.12 $\vdash :(\exists x,y)\cdot U(x,y):(\exists x,y)\cdot \sim U(x,y)$

(vgl. l. c. p. 252 d/e).

Im Hinblick auf die Definition 11.01 erkennt man leicht, daß der Satz 12.1 besagt: es gibt Dinge x, y, die solcher Art sind, daß gilt: y hat teil an x; und es gibt auch Dinge x, y, die solcher Art sind, daß gilt: y hat nicht teil an x. Ebenso ist es möglich, die Sätze 12.11 und 12.12 zu deuten im Hinblick auf die Definitionen 11.02 und 11.03.

Da wir drei Formen des abstrakten Satzes unterschieden haben, so sind streng genommen auch drei Beweise dieses Satzes zu unterscheiden. Doch sind diese Beweise analog, und darum wird es genügen, wenn wir für einen der drei Fälle zeigen, wie der Beweis geführt wird.

Der Beweis geht von einer dreigliedrigen, logisch notwendigen Disjunktion aus, schließt dann sukzessive das erste und das zweite Glied der Disjunktion aus und hebt hervor, daß nun das dritte Glied als giltig anzusehen ist.

[1]) Das Zeichen «$(\exists x, y)$» ist ein Existenzoperator und bedeutet: «es gibt ein x und ein y, so daß gilt:»

Geben wir dem Satz die Form 12.1, so kann der Beweis in folgender Weise dargestellt werden.

$\vdash : \cdot (x,y) \cdot S(x,y) \cdot v \cdot (x,y) \cdot \sim S(x,y) \cdot v : (\exists x,y) \cdot S(x,y) : (\exists x,y) \cdot \sim S(x,y)$ (1)

$\vdash \cdot \sim \{(x,y) \cdot S(x,y)\}$ (2)

$\vdash \cdot \sim \{(x,y) \cdot \sim S(x,y)\}$ (3)

$\vdash : (\exists x,y) \cdot S(x,y) : (\exists x,y) \cdot \sim S(x,y)$ (4)

Man erkennt leicht, daß in der Tat aus den Sätzen (1), (2) und (3) Satz (4) folgt, und daß in der Tat Satz (4) mit dem zu beweisenden Satz, d.h. in diesem Fall mit 12.1 identisch ist.

Es wird in dem Dialog angedeutet, daß der Satz (1), bzw. daß die Sätze, welche aus (1) hervorgehen, wenn man darin statt des Zeichens «S» durchweg das Zeichen «T» oder durchweg das Zeichen «U» einsetzt, den Charakter der Notwendigkeit hat; es heißt nämlich: «Es ist notwendig, daß entweder alles sich vereinigen läßt oder nichts dazu geneigt ist, oder daß schließlich einiges sich zu vereinigen geneigt ist und anderes dazu nicht geneigt ist» (l.c. p. 252e).

Wir bemerken dazu, daß sich Satz (1) als eine Tautologie erweisen läßt und eben darum notwendig heißen kann.

Um dies zu beweisen, gehen wir von einem Satz der Principia Mathematica aus, nämlich von dem Satze

$\vdash \cdot p \vee \sim p$ (5)

(siehe PM Bd.I, S. 101, Satz 2.11). Zweifellos ist Satz (5) eine Tautologie; darum ist jeder Satz, welcher sich aus (5) ableiten läßt, wieder eine Tautologie, und es läßt sich leicht zeigen, daß sich in der Tat Satz (1) aus Satz (5) ableiten läßt. Man wird dessen gewahr, wenn man folgende zwei Ausdrücke miteinander vergleicht:

$(x,y) \cdot S(x,y) \cdot v \cdot (x,y) \cdot \sim S(x,y)$[2] (6)

$(\exists x,y) \cdot S(x,y) : (\exists x,y) \cdot \sim S(x,y)$ (7)

Es kann nämlich jeder dieser zwei Ausdrücke als eine Negation des anderen Ausdruckes aufgefaßt werden.

Es scheint uns beachtenswert, daß der Verfasser unseres Dialoges den Satz (1) als logisch notwendig erkannt hat.

Die Sätze (2) und (3) werden in dem Dialog eingeführt, indem die Thesen, deren Negationen sie sind, widerlegt werden. Wir verzichten darauf, diese Wiederlegungen hier zu analysieren, und bemerken lediglich, daß zuerst die dem Satze (3) und dann die dem Satze (2) widersprechende These (l.c. p. 251e und p. 252d) widerlegt wird.

§ 13. *Die drei ersten Gegenstände.*

Es werden in dem Dialog drei Ausdrücke als Zeichen von drei Gegenständen eingeführt; es sind dies folgende Ausdrücke:

[2]) Das Zeichen «(x, y)» ist ein Alloperator und bedeutet: «für jedes x und für jedes y gilt:»

«*τὸ ὄν*» (das Seiende),
«*στάσις*» (Ruhe),
«*κίνησις*» (Bewegung)
(l. c. p. 254d).

Im Hinblick darauf führen wir in unsere Sprache die drei Zeichen «a», «b» und «c» ein und regeln die Beziehungen zwischen unserer Sprache und der Sprache des Originals, indem wir setzen:

a = *τὸ ὄν*
b = *στάσις*
c = *κίνησις*

Hinsichtlich der Bedeutung der Zeichen «a», «b» und «c» treffen wir hier lediglich eine Festsetzung, welche mit der logischen Typentheorie in Zusammenhang steht.

Wir setzen fest, daß die Stufe (vgl. CA S. 31, Z. 42) oder, was dasselbe bedeutet, die Stufenzahl des durch die Symbole «a», «b» und «c» Bezeichneten um
ist als die Stufenzahl der Beziehung, welche durch den Ausdruck «R(x,y)» bestimmt wird. Damit ist festgesetzt, daß die Zeichen «a», «b» und «c» in dem Ausdruck «R(x,y)» an die Stelle von «x» und «y» eingesetzt werden dürfen (vgl. CA S. 32, Z. 11–13).

Wir heben hervor, daß unserer Festsetzung zufolge a, b und c von derselben Stufe sind.

§ 14. *Erste Gruppe von Grundsätzen.*

Es werden in dem Dialog p. 254d zwei Sätze aufgestellt, die in unserer Sprache in folgender Weise darzustellen sind:

14.1 $\vdash \cdot \sim S(b,c) \cdot \sim S(c,b)$

14.2 $\vdash \cdot S(a,b) \cdot S(a,c)$

Im Hinblick auf die Sätze 14.1 und 14.2 bilden wir die erste Gruppe der Grundsätze, die aus folgenden vier Sätzen besteht:

14.3 $\vdash \cdot \sim R(c,b)$

14.4 $\vdash \cdot \sim R(b,c)$

14.5 $\vdash \cdot R(b,a)$

14.6 $\vdash \cdot R(c,a)$

Man erkennt leicht, daß sich aus Satz 14.1 die Sätze 14.3 und 14.4 und daß sich aus Satz 14.2 die Sätze 14.5 und 14.6 ableiten lassen. Die Ableitung wird möglich auf Grund der Formeln 3.26 und 3.27 der Principia Mathematica (vgl. PM Bd. I, S. 110) und unserer Definitionen 11.01 und 11.011. Ebenso läßt sich zeigen, daß sich umgekehrt aus den Sätzen 14.3 und 14.4 Satz 14.1 und aus den Sätzen 14.5 und 14.6 Satz 14.2 ableiten läßt. Diese Ableitung wird möglich auf Grund der Formeln 3.2 der Principia Mathematica (vgl. PM Bd. I, S. 110) und der eben genannten Definitionen.

Den Sätzen 14.3 bis 14.6 entsprechen in der deutschen Sprache folgende vier Wortreihen:

Bewegung hat nicht teil an Ruhe,
Ruhe hat nicht teil an Bewegung,
Ruhe hat teil am Seienden,
Bewegung hat teil am Seienden.

§ 15. *Erste Gruppe von Sätzen der Identität und der Verschiedenheit.*

Es werden in dem Dialog an der Stelle p. 254d die beiden Ausdrücke

«*ταὐτόν*» (dasselbe)

und

«*ἕτερον*» (verschieden)

verwendet, um die beiden logischen Begriffe der Identität und der Verschiedenheit darzustellen.

Wir denken uns hier diese Begriffe bestimmt durch die beiden Definitionen, welche in den Principia Mathematica dargestellt sind (siehe PM Bd. I, S. 169, Definition 13.01 und Definition 13.02).

Damit sind eingeführt die beiden Ausdrücke:

$$x = y \tag{1}$$

$$x \neq y \tag{2}$$

Vorausgesetzt wird, daß die Stufenzahl der Beziehung, die durch den Ausdruck «x = y» bestimmt wird, identisch ist mit der Stufenzahl der Beziehung, die durch den Ausdruck «R(x,y)» bestimmt wird; sie ist also um 1 höher als die Stufenzahl dessen, was durch die Zeichen «a», «b» und «c» bezeichnet wird. Daraus geht hervor, daß in (1) und (2) an die Stelle von «x» und «y» die eben genannten Zeichen eingesetzt werden dürfen.

Im Hinblick auf eine Stelle des Textes sind wir berechtigt, folgende Sätze als zur Theorie gehörig zu betrachten:

15.1 $\vdash \cdot a \neq b \cdot b \neq a$

15.2 $\vdash \cdot a \neq c \cdot c \neq a$

15.3 $\vdash \cdot b \neq c \cdot c \neq b$

15.4 $\vdash \cdot a = a \cdot b = b \cdot c = c$

Die drei Sätze der Identität, nämlich:

$a = a$

$b = b$

$c = c$

sind ableitbar aus dem Satze 13.15 der Principia Mathematica, d.h. aus der Formel

$\vdash \cdot x = x$

(vgl. PM Bd. I, S. 169).

Von den Sätzen der Verschiedenheit wären ableitbar aus den Sätzen, welche die erste Gruppe der Grundsätze bilden, die folgenden vier Sätze:

$a \mp c$

$c \mp a$

$a \mp b$

$b \mp a$

In dem Dialog werden diese Ableitungen noch nicht dargestellt. Doch stoßen wir bei weiterer Entwicklung der Theorie auf vier Beweise, die den Ableitungen, die wir hier im Auge haben, analog sind (vgl. unten § 18).

Axiomatisch einzuführen ist hier lediglich einer der beiden Sätze:

$b \mp c$

und

$c \mp b$,

d. h. es ist axiomatisch zu fordern, entweder daß Ruhe verschieden ist von Bewegung oder daß Bewegung verschieden ist von Ruhe.

§ 16. *Erweiterung des Systems der Gegenstände.*

Es werden in dem Dialog p. 254e folgende zwei Ausdrücke als Zeichen von Gegenständen eingeführt:

«*ταὐτόν*» (dasselbe),

«*θάτερον*» (das Verschiedene).

Im Hinblick darauf führen wir in unsere Sprache die Zeichen «d» und «e» ein und setzen.

d = *ταὐτόν*

e = *θάτερον*

Wir setzen fest, daß die durch die neuen Zeichen bezeichneten Gegenstände demselben logischen Typus angehören wie die Gegenstände, welche durch die Zeichen «a», «b» und «c» bezeichnet werden; in dieser Festsetzung liegt insbesondere die Bestimmung, daß die Stufenzahl der Gegenstände d und e identisch ist mit der Stufenzahl der Gegenstände a, b und c.

Diese Festsetzung erweist sich als notwendig im Hinblick auf folgende Tatsache.

Es wird im Dialog der Satz aufgestellt, der besagt, daß beide, d. h. Ruhe und Bewegung, an Demselben und am Verschiedenen teilhaben (l. c. p. 255b). Dieser Satz stellt sich in unserer Sprache in folgender Weise dar:

$R(b,d) \cdot R(b,e) \cdot R(c,d) \cdot R(c,e)$.

Daraus erkennt man, daß die Zeichen «d» und «e» in dem Ausdruck

$R(x,y)$

an die Stelle von «y» eingesetzt werden dürfen. Ein Blick auf die Sätze 14.3, 14.4, 14.5 und 14.6 zeigt, daß an eben diese Stelle auch die Zeichen «a», «b» und «c» eingesetzt werden dürfen. Das wäre aber nach dem Grundsatz, welchen Carnap die Hauptregel der Typentheorie nennt, nicht möglich, wenn nicht die Gegenstände a, b, c, d und e insgesamt vom gleichen Typus wären (vgl. CA S. 31, Z. 22–24).

Es ist nicht zu bezweifeln, daß die Einführung der beiden neuen Zeichen im Dialog veranlaßt ist durch den Rückblick auf die Sätze 15.1–15.4. Dies läßt nicht nur der Text selbst aufs deutlichste erkennen (l. c. p. 254e), sondern es liegt dieser Gedanke auch einer Bemerkung von Campbell zugrunde (vgl. CS S. 150, Anm. zu Z. 1). Doch muß gesagt werden, daß eine Identifikation von d bzw. e mit den durch die Ausdrücke

$x = y$

bzw.

$x \neq y$

bestimmten Beziehungen logisch unmöglich ist. Denn diese Beziehungen sind von höherer Stufe als die Gegenstände a, b und c (vgl. oben § 15); also können sie nicht identisch sein mit d bzw. mit e, da ja nach unserer Festsetzung d und e von derselben Stufe sind wie a, b und c.

Um jegliche Unklarheit zu vermeiden, müssen wir feststellen, daß der Ausdruck «ταὐτόν» im Text zwei wesentlich verschiedene Bedeutungen hat. Es gibt Stellen, da er dasselbe bedeutet wie in unserer Sprache der Ausdruck «$x = y$» (z. B. p. 254d, l. 17),

Zeichen «d» verbunden haben (z. B. p. 255a, l. 5). Analoges gilt hinsichtlich des Ausdruckes «ἕτερον»; er wird an der Stelle p. 254d, l. 16 verwendet in der Bedeutung, die wir mit dem Ausdruck «$x \neq y$» verbinden, hat dagegen an der Stelle p. 255a, l. 5 die Bedeutung unseres Zeichens «e».

§ 17. *Zweite Gruppe der Grundsätze.*

Wir haben im vorangehenden Paragraphen darauf hingewiesen, daß sich an einer Stelle des Dialoges ein Satz findet, dem in unserer Sprache folgender Satz entspricht:

$$R(b,d) \cdot R(b,e) \cdot R(c,d) \cdot R(c,e) \qquad (1)$$

Dem Satz (1), welcher eine viergliedrige Konjunktion ist, lassen sich leicht vier einfache Sätze entnehmen. Diese einfachen Sätze führen wir hier als Grundsätze ein und gelangen damit zu folgender Darstellung.

17.1 $\vdash \cdot R(b,d)$

17.2 $\vdash \cdot R(b,e)$

17.3 $\vdash \cdot R(c,d)$

17.4 $\vdash \cdot R(c,e)$

(vgl. l. c. p. 255b).

Es stellt sich hier die Frage, ob der Text des platonischen Dialoges uns erlaube, der zweiten Gruppe der Grundsätze noch zwei analoge Sätze beizufügen, nämlich die Sätze

R (a,d)

und

R (a, e).

Im Text wird angedeutet, daß hinsichtlich der Gegenstände, welche durch die Symbole «a», «b», «c», «d» und «e» bezeichnet werden, zwei Möglichkeiten bestehen:

Entweder handelt es sich um fünf verschiedene Gegenstände; in diesem Falle sind die Gegenstände d und e stets und mit Notwendigkeit vereinbar mit den Gegenständen a, b und c, d.h. in diesem Falle gilt:

$$S(d,a) \cdot S(e,a) \cdot S(d,b) \cdot S(e,b) \cdot S(d,c) \cdot S(e,c) \qquad (2),$$

oder es bezeichnen jene Symbole nur drei verschiedene Gegenstände; in diesem Falle sind die Gegenstände d und e mit irgend welchen der Gegenstände a, b und c identisch (siehe l.c. p. 254e).

In der Entwicklung des Gespräches zeigt sich dann, daß die zweite dieser Möglichkeiten auszuschließen ist, d.h. daß die Symbole «a», «b», «c», «d» und «e» tatsächlich verschiedene Gegenstände bezeichnen (vgl. l.c. p. 255 d/e). Danach dürfen wir wohl annehmen, daß die sechs elementaren Aussagen, die in Satz (2) konjunktiv verknüpft sind, als giltig anzusehen sind. Wendet man nun unsere Definition 11.01 an, so erkennt man, daß das dritte, vierte, fünfte und sechste Glied von Satz

führen das erste und das zweite Glied von Satz (2) auf die Sätze

R (a, d)

und

R (a, e).

Wir sind darum berechtigt, der zweiten Gruppe der Grundsätze noch folgende zwei Sätze beizufügen:

17.5 $\vdash \cdot R(a,d)$

17.6 $\vdash \cdot R(a,e)$

Die beiden letzten Sätze besagen, daß das Seiende sowohl an Demselben als an dem Verschiedenen teilhat.

§ 18. *Zweite Gruppe von Sätzen der Verschiedenheit; vier beweisbare Sätze.*

Es wird in dem Dialog ein Satz aufgestellt, den wir mit folgenden Worten wiedergeben können:

Gewiß sind Bewegung und Ruhe weder das Verschiedene noch Dasselbe (1) (vgl. l.c. p. 255a).

Im Hinblick auf den Zusammenhang, dem die Stelle angehört, läßt sich folgende Deutung des Satzes (1) geben:

Sowohl Bewegung als Ruhe sind weder mit dem Verschiedenen noch mit Demselben identisch (2)

Wir können Satz (2) auffassen als konjunktive Verknüpfung von vier Sätzen, die in folgender Weise darzustellen sind:

18.1 $\vdash \cdot b \neq d \cdot d \neq b$

18.2 $\vdash \cdot b \neq e \cdot e \neq b$

18.3 $\vdash \cdot c \neq d \cdot d \neq c$

18.4 $\vdash \cdot c \neq e \cdot e \neq c$

Im Dialog wird p. 255a/b ein Beweis des Satzes (2) dargestellt. Wir beginnen mit der Rekonstruktion dieses Beweises, indem wir zunächst zeigen, wie die Sätze 18.1, 18.2, 18.3 und 18.4 zu beweisen sind.

Der Beweis von Satz 18.1 stellt sich in unserer exakten Sprache in folgender Weise dar:

$\vdash : R(c,d) \cdot d = b \cdot \supset \cdot R(c,b)$ (1)

$\vdash \cdot \sim R(c,b)$ (2)

$\vdash : \sim R(c,d) \cdot \vee \cdot d \neq b$ (3)

$\vdash \cdot R(c,d)$ (4)

$\vdash \cdot d \neq b$ (5)

$\vdash : d \neq b \cdot \supset \cdot b \neq d$ (6)

$\vdash \cdot d \neq b$ (7)

$\vdash \cdot b \neq d$ (8)

$\vdash \cdot b \neq d \cdot d \neq b$ (9)

(1) läßt sich ableiten aus der Definition der Identität, die in den Principia Mathematica unter der Nummer 13.01 dargestellt ist, und auf die wir in §15 bei der Einführung des logischen Begriffes der Identität hingewiesen haben;

(2) ist identisch mit 14.3;

(3) folgt aus (1) und (2);

(4) ist identisch mit 17.3;

(5) folgt aus (3) und (4);

(6) läßt sich ableiten aus dem Satze 13.16 der Principia Mathematica;

(7) ist identisch mit (5);

(8) folgt aus (6) und (7);

(9) folgt aus (8) und (5) und ist identisch mit 18.1.

Wir stellen lediglich je die erste Zeile der drei übrigen Beweise wirklich dar und denken uns alles andere nach dem Vorbild des ersten Beweises ergänzt; die Art der Numerierung beruht auf der Vorstellung, daß die Ergänzung wirklich erfolgt sei.

$$\vdash : R(c,e) \cdot e = b \cdot \supset \cdot R(c,b) \tag{10}$$

$$\vdash : R(b,d) \cdot d = c \cdot \supset \cdot R(b,c) \tag{19}$$

$$\vdash : R(b,e) \cdot e = c \cdot \supset \cdot R(b,c) \tag{28}$$

Wir vollziehen nun den zweiten Schritt der Rekonstruktion des Beweises von Satz (2), indem wir bemerken, daß, wenn die Sätze 18.1, 18.2, 18.3 und 18.4 bewiesen sind, auch Satz (2) als bewiesen gelten darf, weil er die konjunktive Verknüpfung dieser vier Sätze ist.

Die Deutung der Stelle des Originals, an welcher der Beweis dargestellt ist (p. 255a/b), ist keineswegs frei von Schwierigkeiten; da ist es wohl am Platze, daß wir ein Wort zur Rechtfertigung unserer Deutung hinzufügen.

Der Beweis des Originals besteht in zwei Sätzen, von denen uns nur der zweite vollkommen klar zu sein scheint. Unter diesen Umständen empfiehlt es sich, zunächst den zweiten Satz für die Deutung auszuwerten.

Dieser zweite Satz besagt, daß beide, nämlich Ruhe und Bewegung, an Demselben und an dem Verschiedenen teilhaben. Dies läßt uns erkennen, daß man sich beim Aufbau des Beweises auf folgende vier Sätze zu stützen hat:

$R(b,d)$

$R(b,e)$

$R(c,d)$

$R(c,e)$

Daß nun diese vier Sätze, wie man leicht erkennt, bei unserer Rekonstruktion des Beweises Verwendung finden, ist ein höchst bedeutsames Argument zugunsten unserer Deutung der Stelle.

Der erste Satz bringt einerseits einen Gedanken zum Ausdruck, welcher für die Führung des Beweises wesentlich und unentbehrlich ist, schließt aber anderseits auch einen Bestandteil in sich, durch welchen, soweit wir zu sehen vermögen, das Verständnis des Beweises unnötig erschwert wird. Darum scheint es uns geboten, die Wortfolge, auf die unsere Deutung sich stützt, aus dem ganzen Komplex herauszulösen; und es muß diese Wortfolge, damit eine Nachprüfung der hier vertretenen Auffassung möglich wird, in der Sprache des Originals vorgelegt werden.

Die Wortfolge, die wir im Auge haben, ist identisch mit folgender Zeichenreihe: *θάτερον ὁποτερονοῦν .... αὐτοῖν ἀναγκάσει μεταβάλλειν .... θάτερον ἐπὶ τοὐναντίον τῆς αὑτοῦ φύσεως, ἅτε μετασχὸν τοῦ ἐναντίου* (vgl. l. c. p. 255a/b). Dieser Reihe würde im Deutschen etwa folgender Satz entsprechen: «Jedes von beiden wird das andere zwingen, sich in sein Gegenteil zu verwandeln, da es ja am Gegenteil teilhat.»

Der von uns aus dem ersten Satz herausgehobene Bestandteil besagt nun nichts anderes, als daß unter der Voraussetzung, die als unmöglich erwiesen werden soll, die Ruhe teilhätte an der Bewegung, bzw. daß die Bewegung teilhätte an der Ruhe; denn unter dem Gegenteil der Ruhe kann nichts anderes verstanden sein als die Bewegung und unter dem Gegenteil der Bewegung nichts anderes als die Ruhe.

Zugunsten unserer Deutung läßt sich anführen:

1. daß jeder der vier Beweise anhebt mit einer Implikation, deren Hinterglied ein Satz ist, der besagt, daß die Bewegung teilhat an der Ruhe, bzw. daß die Ruhe teilhat an der Bewegung;

2. daß all diese Beweise auf der Annahme beruhen, daß die Bewegung nicht teilhat an der Ruhe, bzw. daß die Ruhe nicht teilhat an der Bewegung.

Dies sind aber die beiden Gedanken, die zum Ausdruck kommen in jener Wortfolge, die wir aus dem ersten Satz des Originals herausgelöst haben.

Der platonische Beweis des Satzes (2) erscheint uns als eine Leistung, die vom Standpunkt exakter Wissenschaft aus betrachtet höchst bedeutsam ist. Es ist darum für uns von Interesse, wie dieser Beweis bis dahin von den Kommentatoren des Dialoges «Sophistes» beurteilt worden ist.

Franz Susemihl begnügt sich mit der Andeutung, daß in dem Dialog ein Beweis des Satzes (2) zu finden ist; er bemerkt nämlich: Es ergibt sich hinsichtlich der Begriffe Einerleiheit und Verschiedenheit, daß sie von den Begriffen Ruhe und Bewegung verschieden sind (vgl. SG S.306, Z.11–15). Hermann Bonitz, Lewis Campbell, Nicolai Hartmann und Auguste Diès geben den Beweis in ihrer Sprache wieder (vgl. BP S. 172, Z.14–20, CS S.150/151; HP S.127, Z.7–14; DS S.278, Z.19 bis 28), während Paul Natorp und Otto Apelt ihn in ihrer Darstellung des gedanklichen Gehaltes des Dialoges unberücksichtigt lassen (vgl. NP S. 290, Z. 20–22; AP S. 243, Z. 32bis S. 244, Z. 4).

Um nicht zu weitläufig zu werden, fassen wir lediglich die Rekonstruktion des platonischen Beweises, die Bonitz gibt, genauer ins Auge. Bonitz bemerkt: «Der Versuch, die Begriffe der Selbigkeit und der Verschiedenheit mit denen der Ruhe und der Bewegung zu identifizieren, führt zu der Konsequenz, daß die Bewegung Ruhe, die Ruhe Bewegung ist» (BP S. 172, Z. 16–20). Was hier gesagt ist, ist unanfechtbar und läßt sich an Hand des platonischen Textes bewähren (vgl. l. c. p. 255a/b); trotzdem läßt sich nicht sagen, daß damit das Wesentliche des platonischen Beweises wiedergegeben sei. Denn in dieser Rekonstruktion fehlt der Begriff des Teilhabens, der in den Sätzen des Originals an zwei Stellen hervortritt (ibid.), ganz und gar; darum kann man aus dieser Darstellung die formale Struktur des platonischen Beweises nicht erkennen.

§ 19. *Zweite Gruppe von Sätzen der Verschiedenheit; drei unbeweisbare Sätze.*

Der Theorie, die in dem Dialog entwickelt wird, gehören noch drei Sätze der Verschiedenheit an. Dies führt uns zu folgender Darstellung.

19.1 $\vdash . a \not= d . d \not= a$

19.2 $\vdash . a \not= e . e \not= a$

19.3 $\vdash . d \not= e . e \not= d$

Es findet sich in dem Dialog p. 255b/c eine Stelle, die einen Beweis des Satzes 19.1 darstellt.

Für diesen Beweis ist ein Satz wesentlich, den wir in deutscher Sprache etwa so darstellen können:

Wenn «das Seiende» und «Dasselbe» nichts Verschiedenes bedeuten, so werden wir, indem wir wieder von der Bewegung und der Ruhe sagen, daß sie sind, so beide, als seiend, für dasselbe erklären.

Wir bemerken zunächst, daß es uns zulässig scheint, den Ausdruck «Bewegung und Ruhe sind» in unserer Sprache wiederzugeben mit

$$R(c,a) \cdot R(b,a) \tag{1}$$

Wir können uns hier darauf berufen, daß diese Deutung in Übereinstimmung steht mit der Erklärung des Satzes «Ruhe und Bewegung sind», die wir zuvor (vgl. oben §11 S. 173) gegeben haben.

Schwieriger ist die Frage zu entscheiden, wie der Satz, welcher besagt, daß Bewegung und Ruhe dasselbe sind, in unserer Sprache darzustellen ist.

Als Übersetzungen dieses Satzes kommen zwei Sätze unserer Sprache in Betracht, nämlich:

$$R(c,d) \cdot R(b,d) \tag{2}$$

und

$$c = b \tag{3}$$

Die Kommentatoren und Übersetzer des Dialoges deuten den Satz entweder im Sinne von (2) oder im Sinne von (3) oder sie wählen einen Ausdruck, welcher als wörtliche Übersetzung des griechischen Satzes selbst wieder die beiden durch (2) und (3) dargestellten Bedeutungen haben kann. Im Sinne von (2) scheint Bonitz die Stelle zu deuten (vgl. BP S. 172, Z. 20–23), im Sinne von (3) dagegen Hartmann (vgl. HP S. 127, Z. 34–38). Die Übersetzung der Stelle, die Campbell gibt, wäre an sich wohl eher im Sinne von (3) als von (2) zu verstehen; trotzdem möchten wir es nicht als unmöglich betrachten, daß Campbell beide Bedeutungen im Auge hat (vgl. CS, S. 151, Anmerkung zu Z. 13).

Wir können uns des Eindrucks nicht erwehren, daß die Stelle im Original tatsächlich doppeldeutig ist; in diesem Falle ist es nicht möglich, sie in unsere Sprache zu übertragen. Wir haben nur die Möglichkeit, zwei Sätze darzustellen und zu sagen, daß beide etwas von dem zum Ausdruck bringen, was der Satz des Originals besagt. Dies führt uns auf folgende Sätze:

$$a = d \cdot R(c,a) \cdot R(b,a) \cdot \supset \cdot R(c,d) \cdot R(b,d) \tag{4}$$

$$a = d \cdot R(c,a) \cdot R(b,a) \cdot \supset \cdot c = b \tag{5}$$

(4) ließe sich ableiten aus der Definition der Identität; dagegen hätte (5) den Charakter eines Axioms, das hier neu in das System eingefügt würde.

Wir brauchen die Analyse des Beweises nicht fortzusetzen über den Punkt hinaus, der damit erreicht ist. Es genügt die Feststellung, daß wir den Beweis nicht in die Theorie, welche wir darstellen, aufnehmen können, weil er in unserer exakten Sprache nicht darstellbar ist.

Auch der Satz 19.2 wird in dem Dialog bewiesen (l.c. p.255c/d). Der Grundgedanke dieses Beweises ist der, daß das Seiende teils an sich (αὐτὰ καθ' αὑτά), teils in bezug auf anderes (πρὸς ἄλλα) gesagt wird, die Verschiedenheit aber stets in bezug auf anderes (πρὸς ἕτερον). Daraus würde sich in der Tat ergeben, daß das Seiende und die Verschiedenheit nicht identisch sind. Trotzdem können wir auch diesen Beweis nicht in unsere Theorie übernehmen, weil das Begriffspaar «an sich» und «in bezug auf anderes» in dieser Theorie noch keine Stelle hat.

Schließlich ist zu sagen, daß Satz 19.3 im Dialog nicht explizit aufgestellt wird, aber implizit enthalten ist in der Bemerkung, daß die Verschiedenheit als fünfter Gegenstand zu setzen ist (vgl. l.c. p.255d/e).

Wir nennen die drei Sätze 19.1, 19.2 und 19.3 unbeweisbar, da sie tatsächlich nicht bewiesen werden im Rahmen der hier entwickelten Theorie.

§ 20. *Die Widersprüche.*

Für die weitere Entwicklung der Theorie, die im Dialog p.255e mit dem Anfang des Kapitels 41 einsetzt, ist es wesentlich, daß von hier an das Wort «ἐστίν» als ein technisches Zeichen verwendet wird. Wir lassen ihm in unserer exakten Sprache das Wort «ist» entsprechen.

Das Wort «ἐστίν» hat als technisches Zeichen im Text zwei verschiedene Bedeutungen; das zwingt uns, zwei verschiedene Definitionen des entsprechenden Wortes «ist» aufzustellen. Wir fixieren die beiden Bedeutungen in folgenden zwei Definitionen:

20.01 $x \text{ ist } y \cdot = \cdot x = y$ Df

20.02 $x \text{ ist } y \cdot = \cdot R(x,y)$ Df

Wollen wir Unklarheit vermeiden, so müssen wir sagen, daß von jetzt an zwei exakte Sprachen zu unterscheiden sind, die Sprache A und die Sprache B. Das Zeichen «ist» ist ein Element beider Sprachen; im Rahmen der Sprache A hat es die Bedeutung, welche ihm durch die Definition 20.01 beigelegt wird, und im Rahmen der Sprache B die Bedeutung, welche ihm die Definition 20.02 gibt.

Da in dem Dialog das Wort «ist» als technisches Zeichen da, wo es zum erstenmal auftritt, Element eines negativen Satzes ist (vgl. l.c. p.255e) und auch weiterhin vielfach innerhalb negativer Sätze erscheint, so wollen wir zeigen, wie auf Grund der beiden Definitionen die Bedeutung derartiger Sätze zu bestimmen ist. Wir leiten darum aus den Definitionen 20.01 und 20.02 folgende zwei Definitionen ab:

20.011 $\sim (x \text{ ist } y) \cdot = \cdot x \neq y$ Df

20.021 $\sim (x \text{ ist } y) \cdot = \cdot \sim R(x,y)$ Df

Es werden in dem Dialog eine Anzahl von Widersprüchen aufgestellt, zum Teil in expliziter (siehe p. 256a – p.256d), zum Teil in impliziter Form (siehe p. 256d/e). Da die Häufung der Widersprüche für die Theorie unwesentlich ist, beschränken wir uns darauf, denjenigen Widerspruch in unserer exakten Sprache darzustellen, auf den man im Dialog zuerst geführt wird.

$\vdash \cdot$ c ist d $\cdot \sim$ (c ist d) 20.1

(vgl. p. 256a).

Der Beweis des Satzes 20.1, der im Dialog zweimal, zuerst p. 256a, dann p. 256a/b gegeben wird, läßt sich in unserer Sprache so darstellen:

$\vdash : c \nparallel d \cdot \supset \cdot \sim$ (c ist d) (1)

$\vdash \cdot c \nparallel d$ (2)

$\vdash \cdot \sim$ (c ist d) (3)

$\vdash : R(c,d) \cdot \supset \cdot$ c ist d (4)

$\vdash \cdot R(c,d)$ (5)

$\vdash \cdot$ c ist d (6)

$\vdash \cdot$ c ist d $\cdot \sim$ (c ist d) (7)

(1) folgt aus 20.011;

(2) folgt aus 18.3;

(3) folgt aus (1) und (2);

(4) folgt aus 20.02;

(5) ist identisch mit 17.3;

(6) folgt aus (4) und (5);

(7) folgt aus (6) und (3).

Es ist offenbar, daß dieser Beweis nur scheinbar korrekt ist. Man kann den Fehler in folgender Weise aufdecken.

Die Sätze (1), (2) und (3) sind Sätze der Sprache A, die Sätze (4), (5) und (6) sind Sätze der Sprache B. Dagegen läßt sich von Satz (7) nicht sagen, welcher der beiden Sprachen er angehören soll. Deshalb ist diese Zeichenreihe streng genommen überhaupt kein Satz und darum insbesondere auch kein beweisbarer Satz. Der Fehler des Beweises besteht also in dem Übergang von (3) und (6) zu (7); dieser Übergang ist nicht erlaubt.

§ 21. *Die Widerlegung des Satzes des Parmenides.*

Es wird in dem Dialog die Bedeutung zweier Zeichen erklärt, die wir als Zeichen der Negation bezeichnen können. Zeichen der Negation sind hier die Partikeln «μή» und «οὔ» (l. c. p. 257b).

Die beiden Zeichen der Negation unterscheiden sich der Bedeutung nach nicht, da sie dieselbe Definition haben.

Der Satz des Originals, mit dem die Bedeutung dieser beiden Partikeln angegeben wird, kann etwa in folgender Weise angegeben werden:

Die Partikeln der Negation bedeuten etwas, was verschieden ist von den auf die Partikeln folgenden Worten oder, genauer gesprochen, von den Dingen, auf welche sich die Worte beziehen, welche auf die Partikel folgen (vgl. l. c. p. 257b/c).

Wir lassen den beiden Partikeln der Negation in unserer exakten Sprache das Zeichen «N» entsprechen.

Das Zeichen «N» ist unserer Sprache eigentümlich. Es gehört nicht zu den Zeichen der Sprache der Principia Mathematica, obschon es ein logisches Zeichen ist.

Wir fixieren die Bedeutung dieses Zeichens durch folgende Definition.

21.01 $N \cdot = \cdot \hat{x}\hat{y}$ { x ist eine Klasse, zu deren Elementen alle Dinge und nur die Dinge gehören, welche von allen Elementen der Klasse y verschieden sind } Df

Durch die Definition 21.01 ist das Zeichen «N» bestimmt als Zeichen einer Beziehung zwischen Klassen.

Es findet sich in der Definition des Originals der Ausdruck «die Dinge (*τὰ πράγματα*), auf welche sich die Worte beziehen, die auf die Partikel der Negation folgen». Wir erklären, daß dieser Ausdruck nichts anderes bedeute als «die Dinge, welche Elemente der Klasse sind, die durch den Ausdruck, der auf die Partikel der Negation folgt, bezeichnet wird». Diese Deutung der Definition des Originals läßt erkennen, daß darin der Begriff der Klasse enthalten ist und leitet damit über zur Definition 21.01.

Im Text des Originals wird eines der beiden Zeichen, nämlich die Partikel «*μή*», verwendet zur Bildung von Ausdrücken, welche vom Standpunkt der modernen Logik aus als Werte einer kennzeichnenden Funktion (vgl. CA S. 33, Z. 31) anzusehen sind. Derartige Ausdrücke sind «*τὸ μὴ καλόν*» (das Nichtschöne) (l. c. p. 257 e), «*τὸ μὴ μέγα*» (das Nichtgroße) (l. c. p. 258 a) und «*τὸ μὴ ὄν*» (das Nichtseiende) (l. c. p. 258 b).

Wir führen zunächst die kennzeichnende Funktion selbst ein. Sie wird dargestellt durch den Ausdruck:

$$N\text{‘}x \tag{1}$$

Darin ist «N» das oben definierte Zeichen einer bestimmten Beziehung; das darauf folgende Zeichen ist das verkehrte Komma, das als «von» gelesen werden kann (vgl. PM Bd. I, S. 31, Z. 30), und das letzte Zeichen ist das Argument der Funktion.

Wir vergegenwärtigen uns die Bedeutung von (1) durch folgende Definition:

21.02 $N\text{‘}x \cdot = \cdot$ diejenige Klasse, welche zur Klasse x in der Beziehung N steht Df

In dem Dialog wird angedeutet, daß die Natur des Verschiedenen zerstückelt ist (l. c. p. 257 c), und es wird hervorgehoben, daß die Teile der Natur des Verschiedenen eine Vielheit bilden, während sie selbst nicht vieles, sondern eines ist (l. c. p. 257 d). Wir bemerken, daß der Verfasser des Dialoges hier die Tatsache im Auge hat, daß die Funktion N‘x eine ist, während ihre Werte eine Vielheit bilden, und daß er die Beziehung, in welcher die Funktion zu ihren Werten steht, auffaßt als das Verhältnis des Ganzen zu seinen Teilen.

Die Ausführungen des Textstückes, das wir jetzt ins Auge fassen (p. 257 d bis p. 258 b), bieten einzelne Stellen, die wir zur Rekonstruktion der Theorie auswerten. Es führt uns das dazu, Sätze aufzustellen, die zwar im Text nicht dargestellt sind, sich aber aus dem, was der Text bietet, erschließen lassen. Doch tritt der Satz, in dem die Theorie gipfelt, im Text aufs deutlichste hervor.

Es wird im Dialog angenommen, daß, wenn irgend eine Klasse, wie das Schöne, das Große, das Gerechte gegeben ist, dann gesprochen werden kann von dem dieser Klasse gegenüberliegenden Teil des Verschiedenen (vgl. l. c. p. 257 d – p. 258 a).

Diesen abstrakten Gedanken können wir in der Sprache der Principia Mathematica darstellen; wir gelangen so zur Aufstellung folgenden Satzes:

21.1 $\vdash : (x) : x \varepsilon \mathrm{Cls} \cdot \supset \cdot E!N`x$ [3])

Der Satz 21.1 würde sich in deutscher Sprache etwa in folgenden Worten ausdrücken lassen: Wenn x eine Klasse ist, so existiert diejenige Klasse, welcher alle Dinge und nur diejenigen Dinge angehören, die von allen Elementen der Klasse x verschieden sind.

Ein Schritt, der für die Entwicklung der Theorie wesentlich ist, vollzieht sich dadurch, daß von nun an a, d. h. das Seiende, als eine Klasse angesehen wird. Dieser Gedanke liegt den Ausführungen zugrunde, die von dem Gegensatz, der *ἀντίθεσις* des Seienden und des Nichtseienden handeln (siehe p. 258 a/b).

Das führt uns zur Aufstellung des Satzes:

21.2 $\vdash \cdot a \varepsilon \mathrm{Cls}$

Unter Berücksichtigung der Typentheorie lassen sich aus 21.2 bedeutsame Folgerungen ziehen.

Da a eine Klasse ist, so ist die Stufenzahl von a mindestens 1; sie kann nicht 0 sein. Also ist a kein Individuum, denn die Stufenzahl eines Individuums ist 0 (siehe CA S. 32, Z. 10).

Wie wir in §13 und §16 bemerkten, ist die Stufenzahl von b, c, d und e identisch mit der Stufenzahl von a; es gilt also auch von b, c, d und e, daß sie keine Individuen sind.

Ferner ergibt sich, daß die Stufenzahl der Beziehung, die durch den Ausdruck «R(x,y)» bestimmt ist, mindestens 2 ist; denn die Stufenzahl einer Beziehung, deren sämtliche Glieder von derselben Stufe sind, ist stets um 1 höher als die Stufenzahl ihrer Glieder (vgl. CA S. 32, Z. 11–13).

Die Sätze 21.1 und 21.2 führen uns auf den folgenden Satz:

21.3 $\vdash \cdot E!N`a$

Der Satz 21.3 besagt, daß diejenige Klasse existiert, welcher alle Dinge und nur die Dinge als Elemente angehören, die von allen Elementen der Klasse des Seienden verschieden sind.

Die Ableitung des Satzes 21.3 kann in folgender Weise dargestellt werden:

$$\vdash : (x) : x \varepsilon \mathrm{Cls} \cdot \supset \cdot E!N`x \qquad (1)$$

$$\vdash : a \varepsilon \mathrm{Cls} \cdot \supset \cdot E!N`a \qquad (2)$$

[3]) Das Zeichen «E!» ist ein Existenzzeichen, das mit dem Existenzoperator verwandt, aber nicht identisch ist.

$\vdash \cdot a \varepsilon Cls$ (3)

$\vdash \cdot E!N`a$ (4)

(1) ist identisch mit 21.1;

(2) folgt aus (1);

(3) ist identisch mit 21.2;

(4) folgt aus (2) und (3) und ist identisch mit 21.3.

Wir führen nun noch folgende zwei Sätze axiomatisch in unsere Theorie ein:

21.4 $\vdash : (x) : E!N`x \cdot \supset \cdot R(x,a) \supset R(N`x,a)$

21.5 $\vdash \cdot R(a,a)$

Die beiden Sätze ließen sich in deutscher Sprache etwa so ausdrücken:

1. Es gilt allgemein, daß, wenn die Klasse existiert, der alle Dinge und nur die Dinge angehören, die von allen Elementen der Klasse x verschieden sind, dann, wenn die Klasse x am Seienden teilhat, auch die zuvor beschriebene Klasse am Seienden teilhat.

2. Das Seiende hat am Seienden teil.

Der erste dieser beiden Sätze kommt im Texte dadurch zum Ausdruck, daß gesagt wird, es sei das Nichtschöne nicht minder als das Schöne, das Nichtgroße nicht minder als das Große, das Nichtgerechte nicht minder als das Gerechte (vgl. l. c. p. 257e — p. 258a), der zweite Satz liegt der Bemerkung zugrunde, es sei das Nichtseiende nicht minder ein Seiendes als das Seiende selbst (l. c. p. 258b).

Der Satz, in dem die Theorie gipfelt, stellt sich nun in unserer exakten Sprache so dar:

21.6 $\vdash \cdot R(N`a,a)$

Dem Satz 21.6 entspricht in deutscher Sprache der Satz: das Nichtseiende hat am Seienden teil.

Der Satz 21.6 läßt sich einer Bemerkung entnehmen, die p. 258a/b dargestellt ist; mit voller Deutlichkeit tritt er erst an einer späteren Stelle des Dialoges hervor, nämlich dort, wo gesagt wird, es habe sich gezeigt, daß dieses, d. h. das Nichtseiende, am Seienden teilhat (vgl. l. c. p. 260d).

Wir wollen nun zeigen, in welcher Weise im Rahmen unserer Theorie Satz 21.6 zu beweisen ist.

$\vdash : (x) : E!N`x \cdot \supset \cdot R(x,a) \supset R(N`x,a)$ (5)

$\vdash : E!N`a \cdot \supset \cdot R(a,a) \supset R(N`a,a)$ (6)

$\vdash . E!N`a$ (7)

$\vdash : R(a,a) . \supset . R(N`a,a)$ (8)

$\vdash . R(a,a)$ (9)

$\vdash . R(N`a,a)$ (10)

(5) ist identisch mit 21.4;

(6) folgt aus (5);

(7) ist identisch mit (4);

(8) folgt aus (6) und (7);

(9) ist identisch mit 21.5;

(10) folgt aus (8) und (9) und ist identisch mit 21.6.

Denkt man sich nun die hier dargestellten Ableitungen der Sätze (4) und (10) in der Weise verknüpft, daß die Ableitung des Satzes (4) der Ableitung des Satzes (10) vorhergeht, so entsteht eine Reihe von Sätzen, die wiederum als eine Ableitung des Satzes (10) aufgefaßt werden kann; und diese verlängerte Ableitung des Satzes (10) ist nun nichts anderes als Platons Widerlegung des Satzes des Parmenides in präzisierter Form.

2. Teil: Prinzipien der Logik

§ 22. *Logische Syntax.*

Die Prinzipien der Logik, die wir jetzt beleuchten wollen, sind in den Kapiteln 45 und 46 (p. 261 d — p. 263 d) dargestellt; auch dieses Textstück gehört zum inneren Teil des Dialoges.

Wir bemerken zunächst, daß zwei technische Begriffe Verwendung finden, nämlich:

«*λόγος*» (Satz) (l. c. p. 262 a)
und
«*λόγος ἐλάχιστός τε καὶ πρῶτος*» (kürzester Satz) (l. c. p. 262 c).

In dem Dialog wird der Begriff «kürzester Satz», aber nicht der Begriff «Satz» definiert.

Um zu einer Definition des Begriffes «kürzester Satz» zu gelangen, sind die Begriffe

«*ῥῆμα*» (Tätigkeitswort)
und
«*ὄνομα*» (Hauptwort)
einzuführen.

Diese Begriffe werden in folgender Weise definiert:

Ein Tätigkeitswort ist ein Wort, welches eine Handlung bezeichnet (l.c. p.262a);
ein Hauptwort ist ein Wort, welches die Personen, welche die Handlungen ausführen, bezeichnet (l. c. p. 262a).

Der Begriff des kürzesten Satzes erhält eine Bestimmung, welche sich etwa in folgenden Worten wiedergeben läßt:

Ein *kürzester Satz* ist eine zweigliedrige Reihe von Worten, deren erstes Glied ein Hauptwort und deren zweites Glied ein Tätigkeitswort ist (vgl. l. c. p. 262 c).

Das Wesentliche dieser Theorie ist folgendermaßen auszudrücken:

1. Es werden zwei Kategorien von Zeichen bestimmt, eine erste und eine zweite.

2. Es wird bestimmt, daß unter einem kürzesten Satz nichts anderes zu verstehen ist als eine Reihe zweier Zeichen, von denen das erste der ersten Kategorie und das zweite der zweiten Kategorie angehört.

Bertrand Russell, der als einer der hervorragendsten Vertreter der modernen Logistik gilt, weist dem ersten Teil der Logik die Aufgabe zu, zu untersuchen, was Sätze sind und welche Formen sie haben; und er führt diesen Gedanken dahin aus, daß im ersten Teil der Logik die verschiedenen Arten atomarer, molekularer und allgemeiner Sätze aufgezählt werden (vgl. RK S. 67, Z. 13–17). Wir können nun feststellen, daß mit der Lösung dieser Aufgabe im Dialog «Sophistes» begonnen wird; insbesondere wird hier eine Art atomarer Sätze bestimmt; denn die kürzesten Sätze sind eine Art atomarer Sätze. Man kann sagen, daß die kürzesten Sätze unter den atomaren Sätzen die einfachsten sind, weil sie nur ein Argument haben, während alle anderen atomaren Sätze mehr als ein Argument besitzen (vgl. PM Bd. I, S. XV, Z. 15–20).

Als Beispiel eines kürzesten Satzes dient im Dialog zunächst die Wortfolge

«*ἄνθρωπος μανθάνει*» (Mensch lernt) (1)

(vgl. l. c. p. 262 c).

Später dienen als Beispiele von Sätzen die beiden Wortfolgen

«*Θεαίτητος κάθηται*» (Theaitetos sitzt) (2)

und

«*Θεαίτητος, ᾧ νῦν ἐγὼ διαλέγομαι, πέτεται*» (Theaitetos, mit dem ich jetzt spreche, fliegt) (3)

(vgl. l. c. p. 263 a).

Es findet sich im Text eine Andeutung, die erkennen läßt, daß auch (2) als ein kürzester Satz zu betrachten ist (vgl. l. c. p. 263 a).

Die Wortfolge (3) kann, wenn die eingeschobene Wortreihe «mit dem ich spreche» als zum Satz gehörig angesehen wird, nicht als kürzester Satz gelten; doch entsteht daraus ein kürzester Satz, wenn die eingeschobene Wortreihe weggelassen wird.

Als atomare Sätze im Sinne der Logistik könnten nur die Wortfolge (2) und die aus (3) in der eben angedeuteten Weise zu bildende Wortfolge gelten, nicht die Wortfolge (1). Der Grund dafür ist der, daß man der ersten Kategorie nur Eigennamen, wie «Theaitetos», nicht einen allgemeinen Begriff, wie «Mensch» zuzählen würde.

Vom Standpunkt der Logistik aus erschiene es als naheliegend, nun den Begriff des kürzesten Satzes zur Bestimmung weiterer Klassen von Sätzen zu benutzen und fruchtbar zu machen; doch hat der Verfasser unseres Dialoges diese Möglichkeit noch nicht ausgewertet. Es wird im folgenden einfach von Sätzen gesprochen; da aber keine Klasse von Sätzen, die umfassender ist als die Klasse der kürzesten Sätze, definiert ist, so empfiehlt es sich, hier durchwegs den Begriff «Satz» mit dem Begriff des kürzesten Satzes zu identifizieren. Es handelt sich also hier um eine Logik, welche auf die Betrachtung der atomaren Sätze beschränkt ist. Aber eine solche Beschränkung ist nicht schädlich für die Entwicklung der Theorie; vielmehr ist zu sagen, daß die wissenschaftliche Klarheit dadurch gefördert wird.

§ 23. *Lehre vom Satz.*

Die platonische Lehre vom Satz besteht in folgenden zwei grundlegenden Feststellungen:

1. Jeder Satz hat ein Subjekt (l.c. p 262e).
2. Jeder Satz hat eine Qualität, d.h. jeder Satz ist entweder wahr oder falsch (l.c. p. 262e und p. 263a/b).

Es wird in dem Dialog angedeutet, was unter dem Subjekt der Sätze «Theaitetos sitzt» und «Theaitetos fliegt» zu verstehen ist. Wir entnehmen diesen Andeutungen, daß dieses Subjekt dasjenige Individuum ist, welches durch das Wort «Theaitetos» bezeichnet wird (vgl. l. c. p. 263a). Allgemein läßt sich sagen, daß Subjekt eines kürzesten Satzes das Individuum ist, welches bezeichnet wird durch das Hauptwort, das in dem betreffenden Satz auftritt.

Mit der Feststellung, daß jeder Satz entweder wahr oder falsch ist, antizipiert die platonische Logik ein Prinzip, das Cicero das Fundament der Dialektik nennt (vgl. Cic. Acad. pr. II 29,95) und das insbesondere für den Aufbau der stoischen Aussagenlogik von grundlegender Bedeutung geworden ist.

§ 24. *Beweis der Existenz falscher Sätze.*

Es ist unverkennbar, daß der Verfasser des Dialoges «Sophistes» sich zum Ziele setzt, zu zeigen, daß es falsche Sätze gibt; doch ist der Weg, den er einschlägt, solcher Art, daß ebensowohl die Existenz des Wahren als des Falschen erwiesen wird.

Das Wesentliche dieses Beweises sehen wir in Folgendem.

Es werden zwei kürzeste Sätze gebildet, welche dasselbe Subjekt haben, nämlich die Sätze:

«Theaitetos sitzt» (1)

und

«Theaitetos fliegt» (2)

und es wird festgestellt, daß Satz (1) wahr und daß Satz (2) falsch ist. Daraus ergibt sich dann einerseits, daß es wahre Sätze, und anderseits, daß es falsche Sätze gibt (vgl. l. c. p. 263a — p. 263d).

Dieses Verfahren Platons ist durchaus korrekt. Wir können uns den abstrakten Gedanken, der seinem Verfahren zugrunde liegt, in folgender Weise verdeutlichen.

Wir knüpfen an an Platons Theorie der kürzesten Sätze und an die Unterscheidung zweier Kategorien von Zeichen.

Die Zeichen der ersten Kategorie nennen wir Zeichen von Individuen, die Zeichen der zweiten Kategorie Zeichen von Prädikaten.

Sodann denken wir uns, daß dem Bereich der Individuen genau n Dinge angehören, wobei n irgend eine endliche Zahl bedeutet.

Es ließe sich nun zeigen, daß sich unter diesen Umständen genau 2^n verschiedene Prädikate bestimmen lassen; wir verweisen dafür auf die Darstellung, die in dem Werke von Hilbert und Bernays zu finden ist (vgl. HBG Bd. I, S. 9, Z. 29–34). Infolgedessen ist jedes Individuum Subjekt von 2^n kürzesten Sätzen. Unter diesen Sätzen sind gleich viele wahr und falsch; d. h. jedes Individuum ist Subjekt von 2^{n-1} wahren und ist Subjekt von 2^{n-1} falschen Sätzen.

Um von dieser abstrakten Theorie den Weg zu der platonischen zurückzufinden, hat man sich nur zu denken, daß ein Bereich von Individuen ins Auge gefaßt werde, dem genau ein Ding angehört und daß dieses einzige Individuum bezeichnet werde durch das Wort «Theaitetos». Dann ergibt sich, daß dieses eine Individuum Subjekt ist von genau einem wahren und von genau einem falschen Satz; dies sind die Sätze (1) und (2).

Der Beweis für die Existenz falscher Sätze wird also in der Weise geführt, daß man die Gesamtheit der Sätze, die sich unter bestimmten Bedingungen bilden lassen, überblickt, und daß man zeigt, daß die eine Hälfte dieser Gesamtheit von wahren und die andere von falschen Sätzen gebildet wird. Das ist der platonische Beweis der Existenz des Falschen.